

LA GEOMETRIA DE EUCLIDES Y EL ESPACIO ABSOLUTO DE NEWTON: COMPROMISOS Y PRESUPOSICIONES

Edgardo E. DATRI

Entre las creencias sobre la estructura del espacio, las de su homogeneidad y carácter absoluto, quizá sean las que más han desafiado el intelecto de muchos físicos y filósofos, al punto que, a pesar de las razones en contrario -su isogeneidad- a un en nuestros días continua gozando de aceptación en algunos círculos académicos. ¿Qué obstáculos epistemológicos podían ser los responsables de la persistencia de estos esquemas conceptuales acerca de la naturaleza del espacio clásico? Una respuesta interesante, por sus connotaciones en la enseñanza de la física moderna, es la siguiente: ciertos hábitos vinculados con el pensamiento clásico tienen sus raíces en la herencia filogenética del hombre, por lo tanto, sería comprensible, que a pesar del impacto revolucionario de las geometrías no euclidianas en la física contemporánea coexistan dentro de una misma mente, en forma contradictoria, vestigios del pensamiento clásico y moderno con las más abstractas representaciones del espacio, tales como las descritas por Riemann y Einstein. En otras palabras, es que estamos tan indisolublemente ligados y comprometidos -física y psicológicamente- con el espacio que nos rodea, que casi nos es imposible e impensable una descripción del mismo que sea inconsistente con la geometría de Euclides.

Gastón Bachelard, en *La formación del Espíritu Científico*, al hacer referencia a los obstáculos epistemológicos que bloquean el aprendizaje del conocimiento científico, concluía que una de las barreras más importante se fundaba en la "experiencia primera", o sea: "...la experiencia situada antes y por encima de la crítica" (1), que en virtud de su fuerte anclaje en las experiencias sensoriales y los prejuicios culturales, constituían la amalgama de los esquemas conceptuales previos al conocimiento científico, desarrollando formidables fortalezas mentales de muy difícil ruptura. Muchos de

1 Bachelard, G.: *Epistemología*, Barcelona, Anagrama, 1971, p.193.

esos prejuicios, abundantes en compromisos ontológicos y presuposiciones metafísicas y teológicas, son persistentes en el tránsito entre la teoría clásica del espacio y la teoría newtoniana.

La discusión de estas cuestiones, que en definitiva arrojan luz sobre la naturaleza y fundamento del concepto del espacio, llega a ser iluminadora, si en el análisis se tienen en cuenta los factores diacrónicos y sincrónicos que, simultánea y complementariamente, contribuyen al esclarecimiento del tema. En este sentido, las reflexiones de carácter sistemático sobre la estructura lógica-metodológica del Libro I de los *Elementos* de Euclides, se corresponden con el análisis sincrónico; en cambio, los aspectos históricos-filosóficos, servirán para apreciar las influencias que ejercieron sobre Euclides y Newton las "tradiciones científicas" constituidas durante la antigüedad clásica, me refiero a los "modelos explicativos" del organicismo, el misticismo y el mecanicismo. Así pues, el soporte heurístico del análisis diacrónico seguirá los planteamientos que Kearney hiciera en *Orígenes de la ciencia moderna: 1500-1700*.

La idea está dirigida a desnudar los compromisos ontológicos y presuposiciones inherentes al concepto de homogeneidad del espacio en Euclides y Newton: su independencia del contenido físico, su infinitud y continuidad, relatividad de la posición y la magnitud y su inacción causal e inmutabilidad.

Se podrá apreciar como desde distintos modos de entender y explicar la realidad se concretan y originan en el pensamiento científico teorías diferentes y contradictorias que, a su vez, explican la persistencia de los prejuicios a los que se hacía referencia con anterioridad. Esto tiene que ver con el hecho de que, si bien una tradición o modelo explicativo predominó sobre los demás, nunca se manifestó en estado puro en casi ningún autor o corriente del pensamiento. Euclides y Newton son los casos paradigmáticos de este estudio.

Análisis de los elementos

Durante la antigüedad clásica y aún después, en el medioevo, la tradición que constituyó lo que podríamos llamar el

pensamiento oficial fue la organicista. Se inició con los primeros presocráticos y tuvo, en la Grecia clásica, como máximo exponente a Aristóteles. ¿Influyó sobre el pensamiento de Euclides? Notablemente, basta señalar que la estructura metodológica de los *Elementos* responde en alguna medida al modelo de ciencia deductiva de Aristóteles.

En este texto surgen dos grandes categorías:

a) Los principios de la teoría: proposiciones aceptadas sin demostración.

b) Teoremas: las proposiciones obtenidas deductivamente a partir de los principios.

Cabría señalar, sin embargo, que mientras para Aristóteles los principios son sólo los axiomas o las nociones comunes, en Euclides hay una tripartición de los mismos en:

a) Definiciones: simples menciones o descripciones de los entes que va a considerar.

b) Postulados: proposiciones que hablan de una temática específica que en este caso habrán de caracterizar la existencia y unicidad de determinados entes geométricos.

c) Nociones comunes o axiomas: proposiciones que actúan como principios generales aplicables a varias ciencias.

Los principios que analizaremos son los siguientes (2):

Definición 1: "Punto es aquello que ya no tiene partes".

Definición 2: "Línea es longitud si latitud".

Postulado 1: "Postúlese trazar una línea recta desde un punto cualquiera a otro punto cualquiera".

2 Euclides: *Elementos de geometría*, México, UNAM, 1944, págs. 5, 11 y 13.

Postulado 2: "Postúlese prolongar por continuidad en línea recta una línea determinada".

Postulado 3: "Postúlese para cada centro y radio describir un círculo".

Postulado 4: "Postúlese que todos los ángulos rectos sean iguales entre sí".

Postulado 5: "Postúlese que, si una recta incidente sobre dos rectas, hace ángulos internos y de la misma parte menores que dos rectos, prolongadas esas dos rectas al infinito coincidirán por la parte en que estén los ángulos menores que dos rectos".

Noción común 8: "Y el todo es mayor que la parte".

Si reparamos en este último principio, su justificación para la mentalidad griega- queda garantizada tanto por su evidencia intrínseca como por la evidencia interior, nous, "...con lo cual cada hombre y todos en común pueden llenar a notar que son como órganos naturales"⁽³⁾ cuya función vital es constituirse en instrumentos del entendimiento. Tenemos aquí indicios del modo de pensar organicista o teleologista.

Con relación a las definiciones, éstas no se ajustan al modelo aristotélico por géneros próximo y diferencia específica, y en cuanto a los teoremas, que eran las proposiciones que se obtenían deductivamente de los principios, cabe observar que Euclides los demuestra utilizando dos tipos de prueba: la directa y la llamada de reducción al absurdo, el resultado obvio es que no hay una satisfacción de la exigencia aristotélica de que la técnica aceptable para la prueba de los teoremas sea la del silogismo.

Ahora bien, si nos preguntamos cuáles eran los aspectos del ideal de sistematización deductiva compartido por muchos escritores antiguos, dos de ellos -que los axiomas y los teoremas estén relacionados deductivamente y que los propios axiomas sean

3 García Bacca, J.D. (en *Elementos de Geometría de Euclides, Introducción filosófica*, op.cit., p.LXXXIII)

verdades evidentes- están implícitos en los *Elementos*, sin embargo, la exigencia de que los teoremas concuerden con las observaciones o estén en relación con la realidad, no se cumple. Allí es donde se empieza a apreciar la tensión que en la obra de Euclides y sus compiladores se pone en evidencia. El tipo de entidades que a se alude responderían a una existencia que podríamos captar con el intelecto y no con los sentidos. En las definiciones 1 y 2, punto y línea y las proposiciones que las contienen, no parecen referirse a nada real; sus verdaderas existencias se corresponderían con un tipo de realidad sui generis que se ajustaría a la teoría de las Ideas o Formas de Platón. Esto significa que las entidades que maneja Euclides no pertenecen al mundo de la experiencia sensible: en el mejor de los casos constituyen una "imitación" o un "reflejo" -anamnesis- del mundo de las Ideas. Vemos aquí la influencia de la tradición místico-mágico, que puede rastrearse en el pensamiento pitagórico acerca de la armonía matemática del mundo, se desarrolla con Platón y los neoplatónicos y centra su período de dominancia en el Renacimiento.

"Independientemente de lo que hemos señalado acerca del carácter aristotélico de la estructura de la obra euclidiana y del aparente carácter platónico de los entes y las proposiciones geométricas, suele afirmarse que toda la obra de Euclides está presuponiendo la concepción griega acerca de la naturaleza del espacio"(4)

Las verdades geométricas tienen un carácter unitario que deviene del prejuicio de que los objetos geométricos no pueden estar en diversos estados, por eso la inclinación a aceptar que la única transformación posible sea del grupo de traslaciones lineales, pues la idea dominante es que el movimiento rectilíneo y uniforme no altera las propiedades geométricas. Esta restricción ontológica está fundada en la creencia de que "...las cosas pueden ser de una manera y que sólo de una manera pueden ostentar lo que son"(5) Este es el tipo mental que constituyó la geometría griega y el que hubo de afectar, en gran medida, la concepción del espacio en la era newtoniana. El principio vital de este tipo mental tiene sus raíces en la falta de

4 Gómez, R. *Las teorías científicas*, El Coloquio, 1977, p.180.

5 García Bacca, J.: op. cit., p.XI.

espontaneidad creadora, en una pasividad receptora pura según la cual el entendimiento activo no era virtud de ningún hombre considerado individualmente, sino algo separado de los mismos; de allí que frente a las cosas de las que habla Euclides, la verdad óptica habría de ser sólo una, manifiesta y formulable en un único sistema de proposiciones. Este orden intelectual, típico de la filosofía griega y escolástica-tomista, como vemos, constituyó la atadura mental que se tradujo en la unicidad de la geometría hasta el siglo XIX, a pesar del racionalismo subjetivista de Leibniz y Kant que no se identificaban con dicho principio vital.

"Si bien en Euclides hay una clara delimitación de que los entes geométricos no son entes de la experiencia sensible, el concepto en donde se unen ambos órdenes, donde parece estar la vía de transición, es el concepto de espacio que en el griego, al mismo tiempo, es el lugar de los entes geométricos pero también el marco de referencia de los hechos físicos."(6) La cita es apropiada para analizar desde otro ángulo los postulados de Euclides, pues, apreciaremos que allí están, tácitamente planteados, los atributos fundamentales del carácter homogéneo del espacio, que es la tesis ontológica más fuerte de la concepción euclidiana y newtoniana del mismo. En el postulado 1, Euclides está pidiendo que sea posible trazar siempre una línea recta entre dos puntos cualesquiera. La continuidad del espacio está implícita al requerir trazar una línea recta entre dos puntos cualesquiera. Para la mentalidad griega los puntos que no estaban unidos por una línea eran meras marcas, no visibles, por tanto, entidades desordenadas. Al interpretar el Postulado 2, parece ser que el plan básico de la geometría euclidiana era construir objetos delimitados, para que así pudieran hacerse inmediatamente visibles, ya que el estado natural de las cosas, era el de la finitud; sin embargo, como el espacio estaba concebido sobre el modelo de la esfera ilimitada, al pedir "prolongar por continuidad", se está peticionando sacar una cosa de su estado natural de finitud con el claro propósito de que la recta pueda continuarse indefinidamente, esto supone la carencia de límites del espacio. Es obvio que el plan así trazado no responde a la idea de cosmos finito y cerrado del pensamiento aristotélico medieval, advirtiéndose la influencia de los antiguos atomistas que, como Demócrito, atribuían al espacio un

6 Gómez, R.: op. cit., p.180.

carácter ilimitado. Una vez más, queda planteada la tensión que subsiste en los Elementos. La influencia de los atomistas como Demócrito que inaugura otra de las tradiciones científicas -la del mecanicismo- que configurará, las presuposiciones y los compromisos ontológicos más fuertes de la concepción moderna el espacio.

EL postulado 3 pide una cosa muy helénica: convertir cada punto en centro de la circunferencia, que, para el griego, es la figura perfecta por excelencia, pero al no haber restricciones para el radio de la misma, este postulado requiere tanto de la continuidad como de la infinitud del espacio. Una vez más el espacio está concebido sobre el modelo de la esfera ilimitada.

Euclides introduce el postulado 4 para hacer más intuitivas algunas de sus definiciones, en particular las que hablan de ángulos y ángulo recto, pero lo importante aquí es observar que: "...las figuras geométricas no se ven afectadas por el cambio de sus posiciones; esto se deduce de la relatividad de la posición que... es otro aspecto de la homogeneidad del espacio"⁽⁷⁾. Se está afirmando que la igualdad no es función de la distancia. Hay una invariancia frente al desplazamiento; por lo tanto se postulan, tanto la homogeneidad como la isotropía del espacio.

En el postulado 5 se está pidiendo llenar un vacío de la intuición sensible, puesto que la prolongación de una recta hacia el infinito no puede captarse mediante ella. Este postulado, considerado el "escándalo" de la geometría euclidiana, al ser sustituible por su equivalente lógico referido a la construcción de figuras semejantes en cualquier escala de magnitud, introduce "... el principio de la relatividad en la magnitud, que... también se deduce de la homogeneidad del espacio... Subyace la idea de Pascal acerca de la identidad estructural del universo a diferentes niveles de magnitud"⁽⁸⁾

7 Capek, M.: *El impacto filosófico de la física contemporánea*, Madrid, Tecnos, 1973, p.39.

8 Capek, M.: op. cit. p.42.

El espacio absoluto

Parece claro que en la ciencia clásica el espacio era considerado como un medio homogéneo, independiente de su contenido físico, cuya estructura respondía al modelo de sistematización deductiva de Aristóteles y la naturaleza de los entes y proposiciones que lo describían a la teoría de las Formas de Platón pero, su carácter autosuficiente e independencia de la materia son aspectos que fueron formulados, según vimos, por Demócrito. Newton en los Principia dice: "El espacio absoluto, en su propia naturaleza, sin consideración hacia ninguna cosa externa, permanece siempre similar e inmóvil"⁽⁹⁾. Nuevamente se plantea la autosuficiencia del espacio al postular la separabilidad entre espacio y materia. Newton, al igual que Euclides diferencia entre el "recipiente" inmutable e independiente y su "contenido" físico y variable.

Capek, en *El impacto filosófico de la física contemporánea* analiza esta separabilidad entre espacio y materia y se pregunta ¿cuál habría de ser lógicamente anterior?. La respuesta a este problema dio luz a uno de los compromisos ontológicos de mayor significación en el desarrollo del concepto de espacio, al punto que, Henry More, le concede anterioridad lógica y temporal respecto de la materia pero, además, le asigna los atributos que los escolásticos le daban a Dios.

Esta divinización del espacio penetra el pensamiento de Newton a tal punto que lo considera el sensorium Dei.

El no ser, lo que será el espacio de Demócrito, pasó a convertirse en la era newtoniana en el "primer principio ontológico". El espacio absoluto, teniendo los atributos de Dios debía existir con anterioridad a la creación de la materia; fueron muy pocos los que pusieron en duda lo que llegó a ser un principio ontológico de la ciencia moderna.

¿De donde proviene la independencia e inmutabilidad del espacio? Habíamos visto que ambos atributos estaban implícitos en los postulados de Euclides, los mismos inspiraron a muchos pensadores del Renacimiento quienes al replantear las bases sobre las

9 Jammer, M.: *Conceptos de espacio*, México, Grijalbo, 1970, p.132.

que se edificaba la cosmología tradicional comenzaron a considerar el mundo como un Universo, éste fue el camino iniciado por Giordano Bruno al considerarlo como un conjunto abierto y posiblemente infinito del ser.

Al analizar el postulado 4 vemos que no hay una invariancia frente al desplazamiento y esto suponía la relatividad de la posición ya que, al no existir límites ni lugares privilegiados, no habrá tampoco direcciones privilegiadas en el sentido de los lugares naturales de Aristóteles. También esto es causa de la homogeneidad del espacio y está presente en la concepción newtoniana. Al ser posible trazar una línea recta entre dos puntos cualesquiera, Euclides excluía la posibilidad de huecos en el espacio lo cual supone la divisibilidad infinita del mismo que es otra de las consecuencias de su propia homogeneidad, prejuicio éste que también afecta la filosofía del espacio de Newton.

Otro tanto ocurre con el problema de la relatividad de la magnitud; éste es un prejuicio muy acentuado en ambas concepciones del espacio: la clásica y la moderna (estaba tácitamente planteado en el 5º postulado). Esta creencia supone la proporcionalidad de las dimensiones entre nuestro mundo y el micro y macrocosmos. Al igual que los anteriores, este atributo del espacio se deriva de su homogeneidad, del mismo modo que su inacción causal e inmutabilidad.

La descripta es la imagen adoptada por Newton en su concepción de espacio absoluto. Persiste desde Euclides en el esquema mental de muchos científicos. Según Collingwood todo conocimiento exige presuposiciones que cambian a lo largo de la historia humana, al parecer esto no sucede en el tránsito histórico entre la concepción clásica y la moderna del espacio.